

7. 多点激励分析概述及在 midas Gen 的实现

舒哲

1. 概要

地震波在向四周传播的过程中，不仅有时间上的变化特性，而且存在着明显的空间变化特性。传统上，对多数结构进行抗震设计时，都忽略了地震动的空间变化这一特性。对于平面尺寸较小的建筑物（如通常的工业与民用建筑），地震动的空间变化特性影响不大，忽略地震动的空间变化特性是能够满足此类建筑物的抗震设计要求的。然而，对于跨度很大的结构，由于波列传播波速的有限性、相干性的损失以及局部场地地质的不同等都会导致各支承点的地震激励出现显著差异。

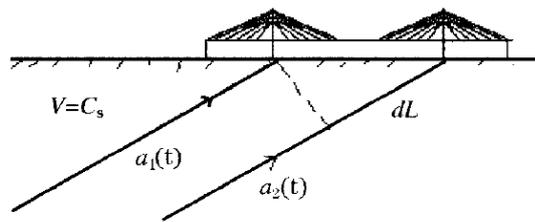


图 7.1 行波效应示意图

地震动对于大跨结构的空间效应主要有以下几个方面：

- 1、非均一性效应：地震波从震源传播到两个不同测点时，其传播介质的不均匀性，对于非典型震源，两个不同测点的地震波可能是从震源的不同部位释放的地震波及其不同比例的叠加，从而引起两个测点地震动的差异，导致相干特性的降低，此就是非均一性效应。
- 2、行波效应：由于地震波传播路径的不同，地震波从震源传到两测点的时间差异，从而导致的相干性的降低，此种现象叫行波效应。
- 3、衰减效应：由于两测点到震源的距离不同，导致的相干性的降低，这种效应叫衰减效应。
- 4、局部场地效应：地震波传至基岩时，再向地表传播时，由于两测点处表层局部场地地质条件不一样，导致两测点处的地震动相干性的降低，这种现象叫局部场地效应。

对于实际工程，衰减效应影响不是很明显，通常情况不予考虑，根据理论分析和工程实际得到：相对于地震一致运动来说，考虑行波效应产生对结构的影响不容忽视，而考虑激励点之间的相干性(非均一性效应、局部场地效应)对结构的影响相对较小，所以一般考虑多点(非一致)地震反应分析也首先考虑行波效应对结构的影响。行波效应主要考虑了地震波传播在时间上的差异，而忽略了诸如幅值、频谱、持时等其它信息^[1]。

2. 分析方法

到目前为止，大跨结构抗震分析经历了静力理论、反应谱理论、动力理论的演变过程，与其相对应的抗震分析方法为：反应谱方法、时程分析方法、随机振动法。

反应谱法是最基本的方法，它是基于一致输入的反应谱法的振型叠加原理的一种方法，即假定所有的支座按完全相同的规律运动，因此不能考虑行波效应；随机振动法虽然被广泛地认为是一种较为先进合理的分析方，但该方法计算的工作量非常大，因此，要真正实现随机振动法在工程中的应用，还有待进一步研究。

时程分析法发展的较为成熟、应用较多，该方法可以很好的解决多点输入问题，且该方法考虑了地震波的振幅特性、频谱特性，同时也可以考虑结构的非线性、材料非线性、几何非线性，确定塑性铰出现的次序及结构薄弱环节的位置，精确考虑结构、土、深基础之间的相互作用，地震波的相位差效应以及各种减震隔震装置非线性性质对结构抗震响应的影响等，因此适应性很强，也是目前多支座激振分析最常采用的方法。

综上，目前最常用的是以时程分析方法为依托，考虑地震波传播在时间上的差异，求解多点输入问题。

相对位移法 (RMM) 和大质量法 (LMM) 是结构多点激励分析 (时程分析) 常用的两种方法，二者本质都是求解相同的动力学方程 (式 1)，只不过在求解过程中的一些过程假定不尽相同。二者各有利弊，下面就来介绍一下他们的求解过程。

多点激励地震反应的运动方程可描述为：

$$\begin{bmatrix} M_{ss} & M_{sb} \\ M_{sb}^T & M_{bb} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{U}_s \\ \ddot{U}_b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_{ss} & C_{sb} \\ C_{sb}^T & C_{bb} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U}_s \\ \dot{U}_b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{ss} & K_{sb} \\ K_{sb}^T & K_{bb} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_s \\ U_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ P_b \end{bmatrix} \quad (1)$$

其中下脚标 s 表示结构非支座处的自由度，下脚标 b 表示结构支座处的自由度。 \ddot{U} 、 \dot{U} 、 U 分别表示绝对加速度、绝对速度、绝对位移。

1) 相对位移法 (RMM)：

将结构总位移分解成拟静力位移与动位移两部分之和：

$$U = U^s + U^d \quad (2)$$

对于支座各点处，动力反应项为零，即：

$$\begin{bmatrix} U_s \\ U_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_s^s \\ U_b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} U_s^d \\ 0 \end{bmatrix}; \begin{bmatrix} \dot{U}_s \\ \dot{U}_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{U}_s^s \\ \dot{U}_b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dot{U}_s^d \\ 0 \end{bmatrix}; \begin{bmatrix} \ddot{U}_s \\ \ddot{U}_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \ddot{U}_s^s \\ \ddot{U}_b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \ddot{U}_s^d \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3)$$

其中：上脚标 s 表示由于支座点的移动导致的拟静力反应项，上脚标 d 表示惯性力反应，即动反应。

将式 (1) 第一行展开：

$$M_{ss}\ddot{U}_s + M_{sb}\ddot{U}_b + C_{ss}\dot{U}_s + C_{sb}\dot{U}_b + K_{ss}U_s + K_{sb}U_b = 0 \quad (4)$$

令所有动反应项为零，则方程只剩下拟静力反应项，根据定义，拟静力为体系自相平衡的内力，等式 (4) 简化为：

$$K_{ss}U_s + K_{sb}U_b = 0 \quad (5)$$

式 (2) 代入式 (5) 中，得：

$$K_{ss}U_s^s + K_{ss}U_s^d + K_{sb}U_b = 0 \quad (6)$$

令动力项 $U_s^d = 0$ ，则：

$$K_{ss}U_s^s + K_{sb}U_b = 0 \quad (7)$$

即：

$$U_s^s = -K_{ss}^{-1}K_{sb}U_b \quad (8)$$

令 $\mathbf{R} = -K_{ss}^{-1}K_{sb}$ ，称为影响矩阵，表示各底部基础运动项与结构拟静力项的关系。因此，式(3)可进一步写成：

$$M_{ss}\ddot{U}_s^d + C_{ss}\dot{U}_s^d + K_{ss}U_s^d = -M_{ss}\ddot{U}_s^s - M_{sb}\ddot{U}_b - (C_{ss}\mathbf{R} + C_{sb})\dot{U}_b \quad (9)$$

如果采用集中质量，则 $M_{sb}=0$ ，将式 (5) 代入式 (6)，可进一步写成：

$$M_{ss}\ddot{U}_s^d + C_{ss}\dot{U}_s^d + K_{ss}U_s^d = -M_{ss}\mathbf{R}\ddot{U}_b - (C_{ss}\mathbf{R} + C_{sb})\dot{U}_b \quad (10)$$

式 (10) 即为 RMM 基本方程，可参照多自由度体系的振型分解法或直接积分法求解，然后根据式 (8) 和式 (3) 得到结构总反应。

RMM 方法物理概念清晰，数学推理严密，有助于深刻理解结构的反应过程。但该方法基于叠加原理，原则上只适用于线弹性体系。

2) 大质量法 (LMM) :

LMM 法将结构基础假设为一个或多个附着于结构基础或支撑点的具有大质量的集中质量单元 M_0 (一般 M_0 取结构总质量的 10^6 倍)。结构动力分析时, 释放基础运动方向的约束, 并在大质量点施加动力时程 P 模拟基础运动。

将式 (1) 稍作变换, 得到 LMM 法的基本运动方程:

$$\begin{bmatrix} m_{11} & \cdots & m_{1f} & \cdots & m_{1n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ m_{j1} & \cdots & M_0 & \cdots & m_{jn} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ m_{n1} & \cdots & m_{nj} & \cdots & m_{nn} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{U}_1 \\ \vdots \\ \dot{U}_j \\ \vdots \\ \dot{U}_n \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c_{11} & \cdots & c_{1f} & \cdots & c_{1n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ c_{j1} & \cdots & c_{jj} & \cdots & c_{jn} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ c_{n1} & \cdots & c_{nj} & \cdots & c_{nn} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{U}_1 \\ \vdots \\ \dot{U}_j \\ \vdots \\ \dot{U}_n \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{11} & \cdots & k_{1f} & \cdots & k_{1n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ k_{j1} & \cdots & k_{jj} & \cdots & k_{jn} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ k_{n1} & \cdots & k_{nj} & \cdots & k_{nn} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_1 \\ \vdots \\ U_j \\ \vdots \\ U_n \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} P_1 \\ \vdots \\ M_0 \ddot{U}_0 \\ \vdots \\ p_n \end{Bmatrix} \quad (11)$$

上式中的第 j 个方程为式展开, 两边同除以 M_0 , 进一步写成:

$$\ddot{U}_j + \sum_{i=1, i \neq j}^n \left(\frac{m_{ji}}{M_0} \right) \ddot{U}_i + \sum_{i=1}^n \left(\frac{c_{ji}}{M_0} \right) \dot{U}_i + \sum_{i=1}^n \left(\frac{k_{ji}}{M_0} \right) U_i = U_i = \ddot{U}_0 \quad (12)$$

若采用集中质量, $m_{j(i \neq j)} = 0$, 式 (12) 简化为:

$$\ddot{U}_j + \sum_{i=1}^n \left(\frac{c_{ji}}{M_0} \right) \dot{U}_i + \sum_{i=1}^n \left(\frac{k_{ji}}{M_0} \right) U_i = U_i = \ddot{U}_0 \quad (13)$$

由于 M_0 远大于所在项及上式中阻尼和刚度代表其他项, 可以认为 $\ddot{U}_j \approx \ddot{U}_0$, 因而保证了基础激励处的加速度等于确定的数值。

其它节点的求解方程:

$$M_{ss} \ddot{U}_s + C_{ss} \dot{U}_s + K_{ss} U_s = -C_{sb} \dot{U}_b - K_{sb} U_b \approx -C_{sb} \ddot{U}_g - K_{sb} U_g \quad (14)$$

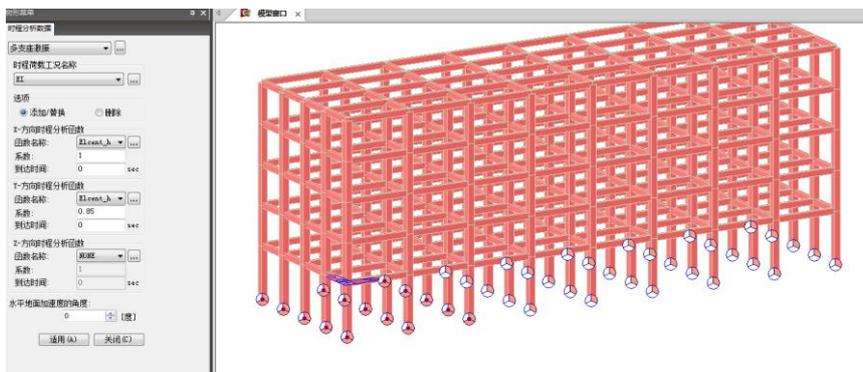
LMM 通过在大质量基础点上施加荷载模拟地震作用, 符合实际情况; 在数学处理上比较巧妙地通过在质量矩阵上“置大数”实现近似于真实值的地震动输入。LMM 法可适用于非线性分析, 但求得的结果是结构各点的绝对反应, 无法区分拟静力反应和动反应。

3. 程序的实现

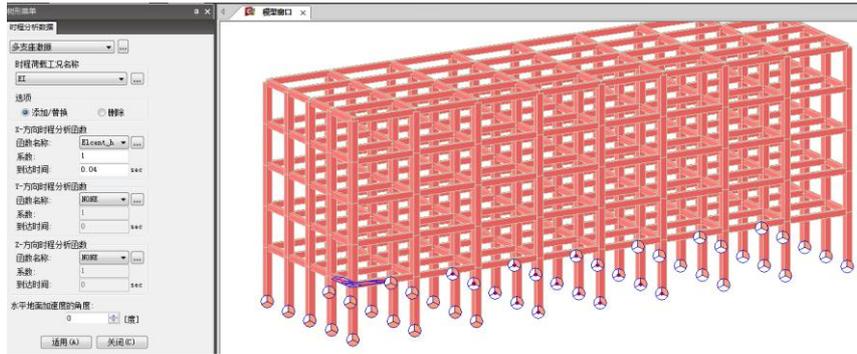
相对位移法 (RMM) 和大质量法 (LMM) 在 midas Gen 中均可实现, 现就二者各自的实现流程做出说明。

1) 相对位移法:

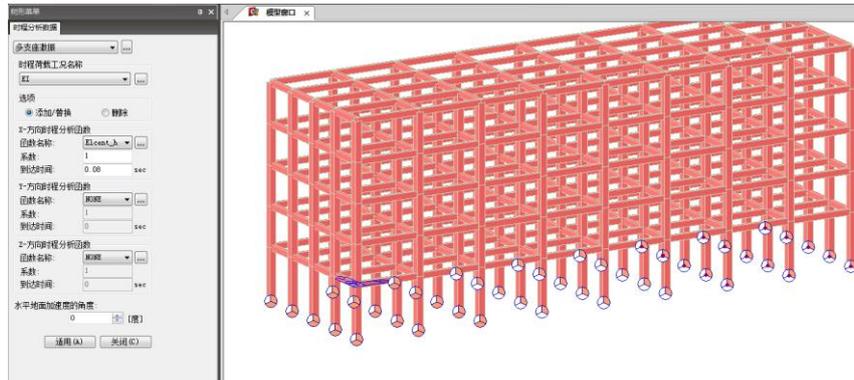
- 在输入地震输入之前, 建立模型、输入荷载及边界条件等。
- 通过菜单“荷载->地震作用->时程分析数据->时程函数”定义地震波, 与一直激励的地震波定义方法相同。
- 通过菜单“荷载->地震作用->时程分析数据->多点”, 施加不同节点的激励, 并输入不同的到达时间。如图 7.2 所示。



(a) 第一组支座, 到达时间 0S



(b) 第二组支座，到达时间 0.04S



(c) 第三组支座，到达时间 0.08S

图 7.2 不同节点的地震激励输入

d) 通过菜单“荷载->地震作用->时程分析数据->荷载工况”，定义多点激励的分析工况。



图 7.3 时程荷载工况

多点激励的分析工况与一致输入的分析工况在设置上并没有太多的差异，参考一致输入的分析工况设置即可。分析结束之后，就可以查看相应结果。

2) 大质量法：

- a) 与相对位移法一样，先建立基本模型，之后需要将原支座点处向下复制一段距离形成新的节点（大质量点），目标节点与大质量点之间施加刚性连接，如图 7.4 所示。删除原支座点处的所有约束。

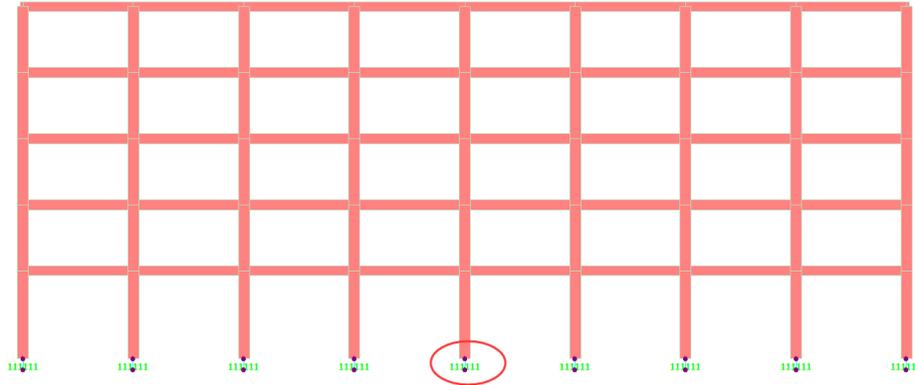


图 7.4 生成大质量点

- b) 在大质量点处输入所需要的质量，如图 7.5 所示。（这里面的数值按上文提到的结构总质量的 10^6 倍的大小来输入，如果施加多向的激励，应输入相应的方向质量）

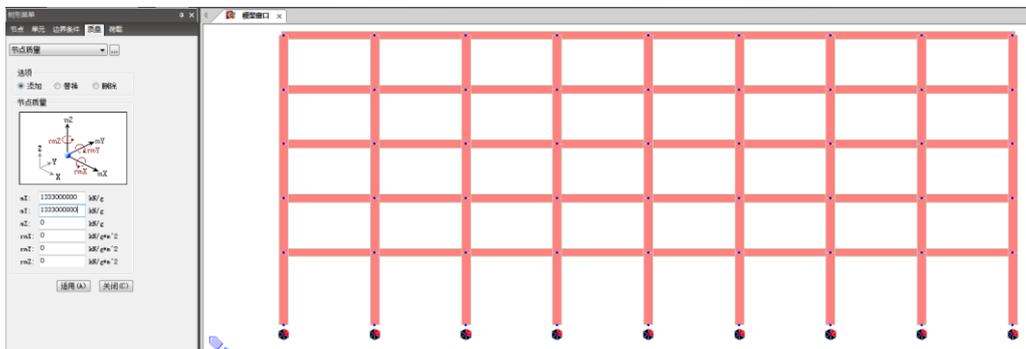


图 7.5 输入大质量

- c) 约束大质量点处的自由度。本例中，只做 X 方向的多点激励，所以释放掉所有大质量点的 X 方向约束，如图 7.6 所示。

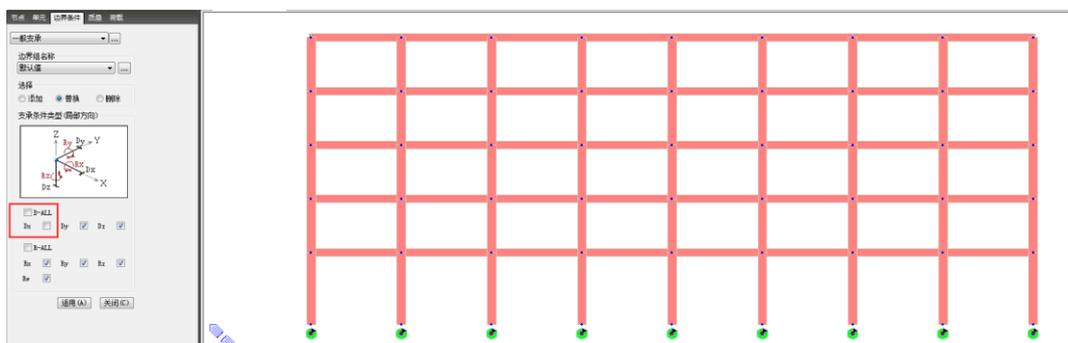


图 7.6 约束大质量点

- d) 定义时程分析函数。此时，可先选择与相对位移法相同的地震波，之后将“时程函数数据类型”选为“力”，放大系数中输入“大质量数值*9.8”，本例为 $1.333e^9 * 9.8$ ，如图 7.7 所示。（因为 Gen 中地震波的单位为“g”，所以在使用力做为时程函数数据单位时，还需乘以 1 个 g 的放大系数，才能与生成的地震波在量级上相符）。

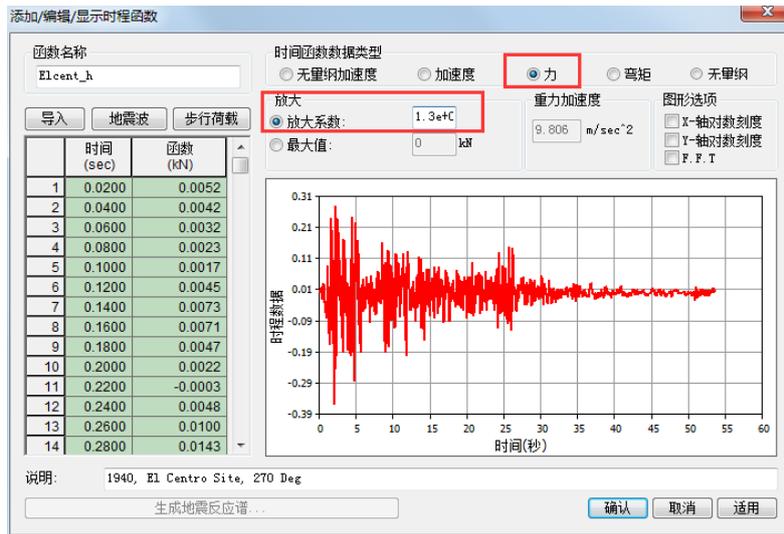
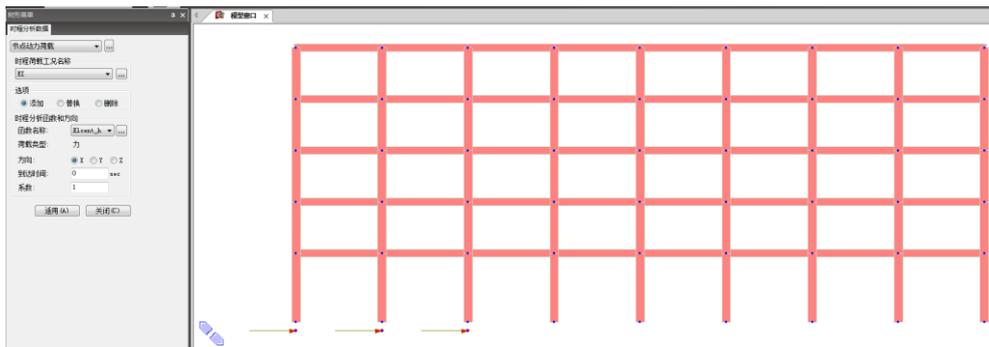
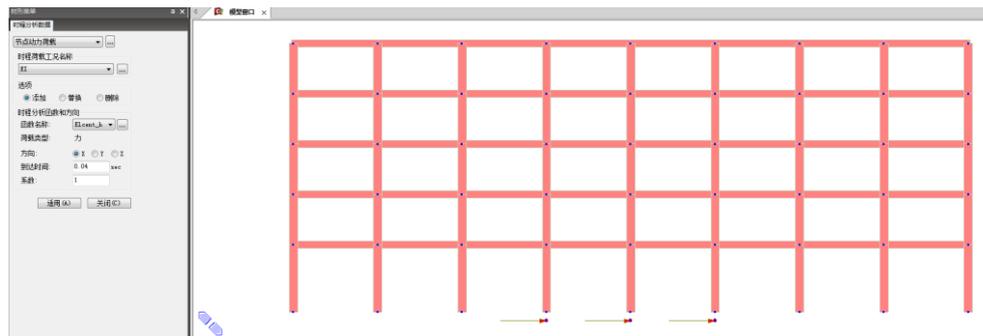


图 7.7 大质量法所需时程函数

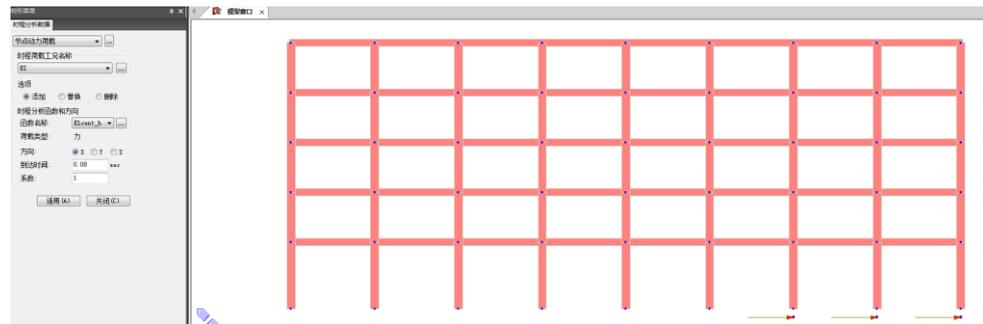
e) 通过菜单“荷载->地震作用->时程分析数据->动力”，施加节点动力荷载。



(a) 第一组支座，到达时间 0S



(b) 第二组支座，到达时间 0.04S



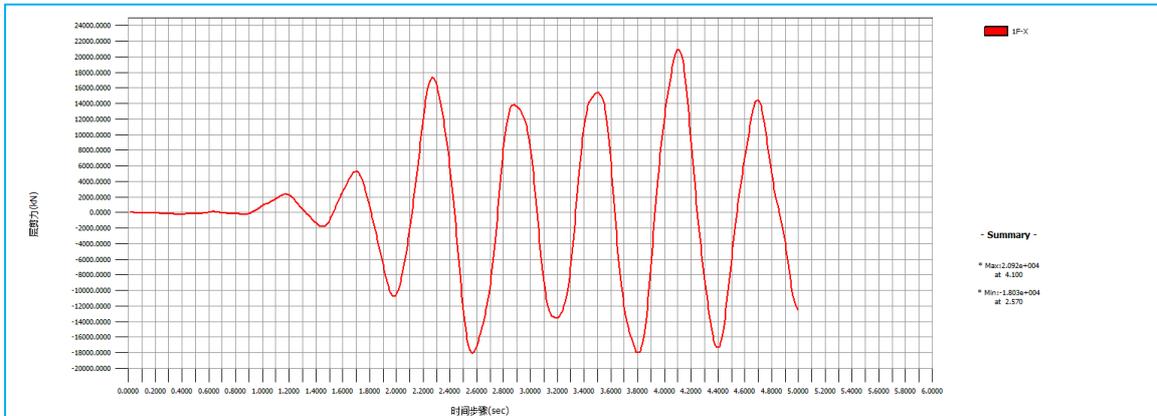
(c) 第三组支座，到达时间 0.08S

图 7.8 施加节点动力荷载

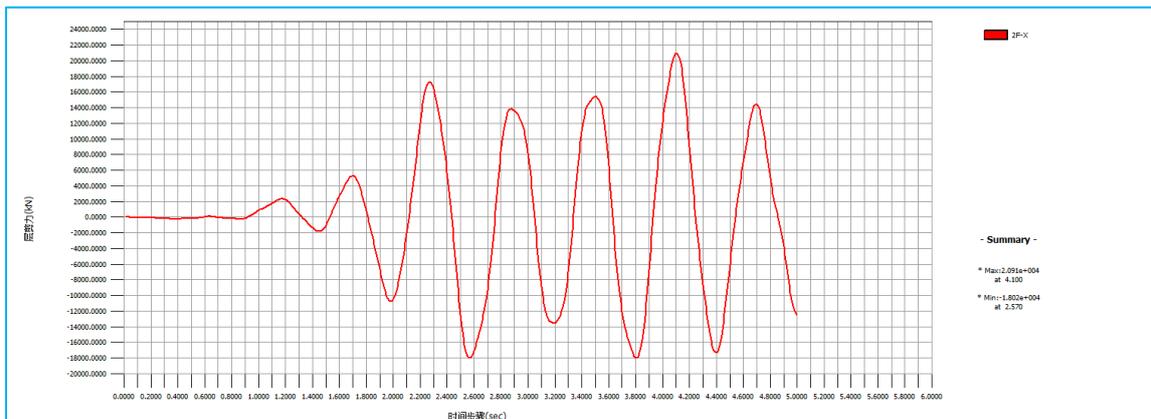
- f) 通过菜单“荷载->地震作用->时程分析数据->荷载工况”，定义分析工况。与相对位移法所设置相同。

两种方法所得到的结果是一致的，比如底层的层剪力结果。图 7.9(a)列出了相对位移法的底层剪力随时间变化的结果，峰值 $2.092 \times 10^4 \text{ kN}$ ，图 7.9(b)列出了大质量法的底层剪力随时间变化的结果，峰值 $2.091 \times 10^4 \text{ kN}$ 。

从上述流程不难看出，相对位移法在 Gen 中实现起来要易于大质量法，而且可以输出静力和动力两部分位移（可以参考《结构帮》2012 下半年刊《多支座激振与统一加速度结果区别》一文），工程师在使用 Gen 做多支座激励分析时，可优选相对位移法。



(a) 相对位移法的底层剪力



(b) 大质量法的底层剪力

图 7.9 不同方法的底层剪力结果

实际上，在如图 7.3 所示的荷载工况中，并没有设置阻尼选项。这是因为在做时程分析中，瑞利阻尼是最常用的阻尼输入方法，但是周国良等学者在文献[2]中通过一系列论证得到如下结论：多点激励分析采用瑞利阻尼时，LMM 会造成不可忽略的误差；理论上 LMM 不适用于采用瑞利阻尼或质量比例阻尼的多点激励分析。对于 LMM 法的阻尼设置要格外注意。

所以笔者只是在无阻尼的条件下，对两种方法做了比较。

相对位移法在多点激励分析中可采用瑞利阻尼，因为在方程求解过程中，阻尼矩阵将会被刚度与质量替换并进行求解，这方面资料工程师可参见《Gen 分析设计原理》的相关章节。

4. 分析之后所查看的结果

多点激励分析结束之后，应该查看哪些结果，应该是工程师比较关心的。笔者在阅读了一定数量的文献后，将论文中所查看的结果与工程师分享，希望对大家有所帮助。

a) 扭转效应

刘枫，杜义欣，赵鹏飞等学者在文献[6]中、刘枫，肖从真，徐自国等学者在文献[8]中，利用关键节点的连线在分析过程中与 X 轴的夹角来计算扭转角度来反映扭转效应（如图 7.10 所示）；张相勇学者在文献[7]中利用屋面跨度最大处两点的相对位移来反映扭转效应，如图 7.11 所示。（首都机场 3 号航站楼和合肥南站都使用了 midas Gen 做多点激振的分析）

上述学者都认为：采用多点输入，结构扭转效应一般较单点输入有较明显的变化趋势，该趋势将对结构的安全性产生一定的影响，应引起设计者的注意。

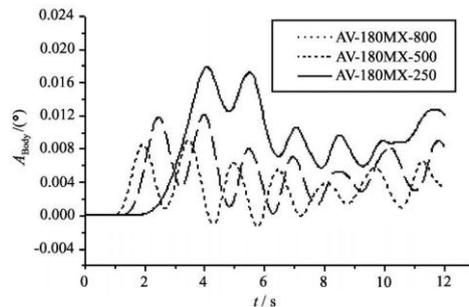


图 7.10 文献[6]中的扭转效应结果

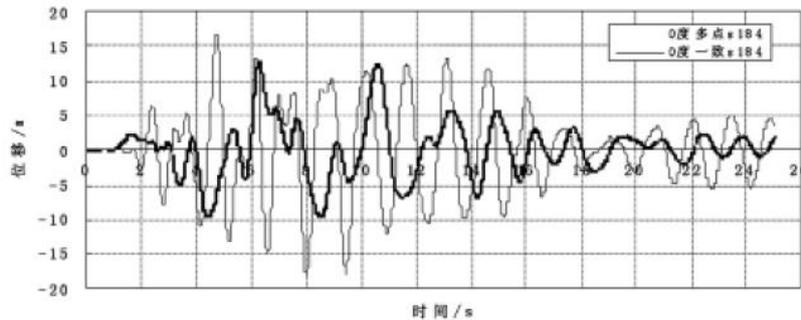


图 7.11 文献[7]中的扭转效应结果

b) 关键节点的位移

楼梦麟，兰岚，黄明开等学者在文献[3]及楼梦麟，黄明开等学者在文献[4]中都查看了空间结构有代表性的节点的水平及竖向位移，如图 7.12 所示。

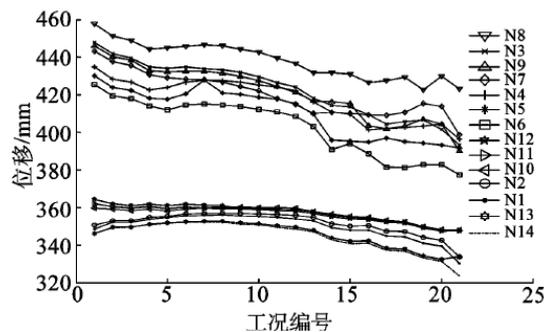


图 7.12 不同荷载工况下各个关键节点的 X 方向位移结果

他们得到了如下结论：在多点地震输入时的结构顶部地震位移要比一致地震输入时大。

c) 关键构件的内力

文献[2]-[8]均提到了要查看关键构件的地震内力。在做比较之前，引入多点输入的地震反应影响系数 r_v ，具体定义如下：

$$r_v = \frac{S_{\text{多点}}}{S_{\text{一致}}}$$

$S_{\text{多点}}$ 表示地震波多点输入作用下的结构抗震设计值； $S_{\text{一致}}$ 表示地震波一致输入作用下的结构抗震设计值。当 $r_v > 1$ 时，表示考虑多点地震输入效应后，相比于常规的一致地震作用时的设计值，结构的抗震设计值增大，反之为减小。

对于不同的结构，构件的内力（轴力、弯矩）变化趋势不尽相同。如果整体分析结果有良好的规律性，那么可以直接放大反应谱，以考虑多点激振分析的影响；但如果不同构件的变化规律不同，就需要对于构件做单独的调整了。

d) 层剪力/位移

刘枫，杜义欣，赵鹏飞等学者在文献[6]中研究了不同波速下的基底总剪力与单点输入的对比，他们认为视波速越小，多点输入的非同步性越强，则结果越偏离单点输入。

张相勇学者在文献[7]中研究了不同地震波输入方向下的各层层间力的变化趋势，随着层数的增加，多点输入的影响越来越小。

后记：

第四部分内容参考部分论文所得，论文中的某些结果的规律及变化趋势并非适用于全部结构，所以工程师在实际操作多点激振分析时，可以把它们当做参考资料，但切忌当做“标准答案”。

参考文献：

- [1] 周国良，鲍叶欣，李小军等. 结构动力分析中多点激励问题的研究综述[J].世界地震工程，2009，25(4)：25—32.
- [2] 周国良，李小军，刘必灯等. 大质量法在多点激励分析中的应用、误差分析与改进[J].工程力学，2011，28(1)：48—54.
- [3] 楼梦麟，兰岚，黄明开. 多点地震激励对大跨度结构抗震设计的影响[J].世界地震工程，2009，26(1)：1-6.
- [4] 楼梦麟，黄明开. 上海浦东机场(二期)候机楼水平地震行波效应时程分析[J].建筑结构，2009，39(2)：8-11.
- [5] 赵博，王元清，陈志华等. 多点地震输入下大跨空间结构试验研究与响应分析研究进展[J].钢结构工程研究，2012(增)：183-193.
- [6] 刘枫，杜义欣，赵鹏飞等. 武汉火车站多点输入地震反应时程分析[J].建筑结构，2009，39(1)：11-15.
- [7] 张相勇. 多点多维输入下合肥南站的动力响应分析[J].建筑结构，2011，41(增)：216-219.
- [8] 刘枫，肖从真，徐自国等. 首都机场3号航站楼多维多点输入时程地震反应分析[J].建筑结构学报，2006，27(5)：56-63.